# 第12章 目标识别

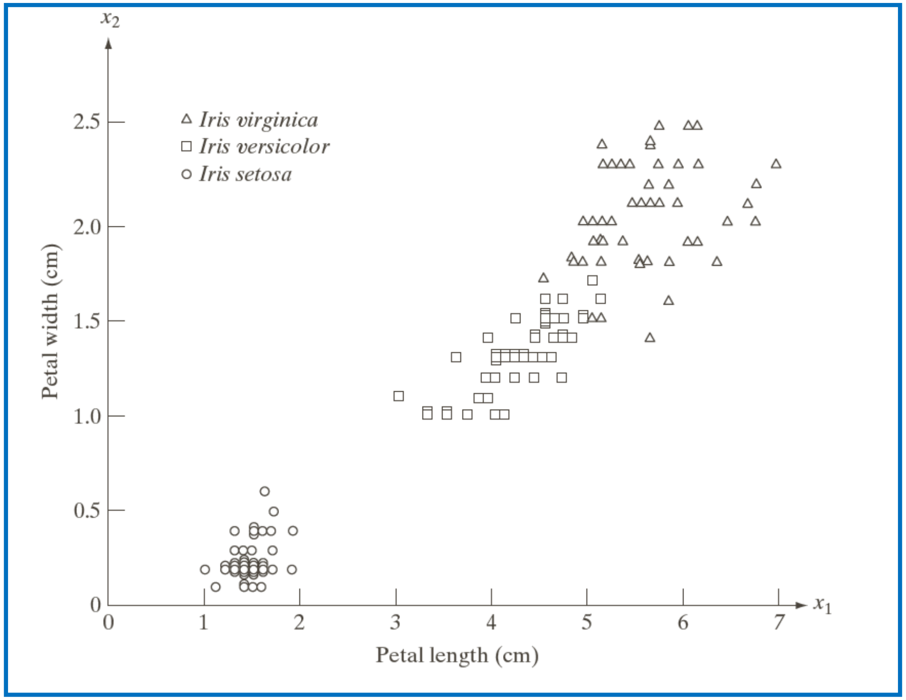
- 12.1 模式和模式类
- 12.2 基于决策理论方法的识别
  - 匹配
  - 最佳统计分类器
  - 神经网络
- 12.3 结构方法
  - 匹配形状数
  - 串匹配

# 第12章 目标识别

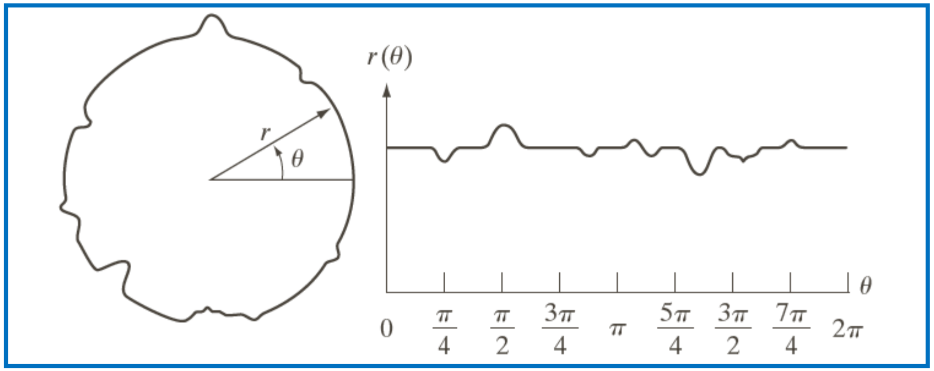
- 12.1 模式和模式类
- 12.2 基于决策理论方法的识别
  - 匹配
  - 最佳统计分类器
  - 神经网络
- 12.3 结构方法
  - 匹配形状数
  - 串匹配

# 12.1 模式和模式类

- 模式是描绘子的组合，模式类是指具有某些共同属性的一簇模式
  - 三种模式：向量（定量描述）、串、树（结构描述）
- 模式向量：$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^{\mathrm{T}}$

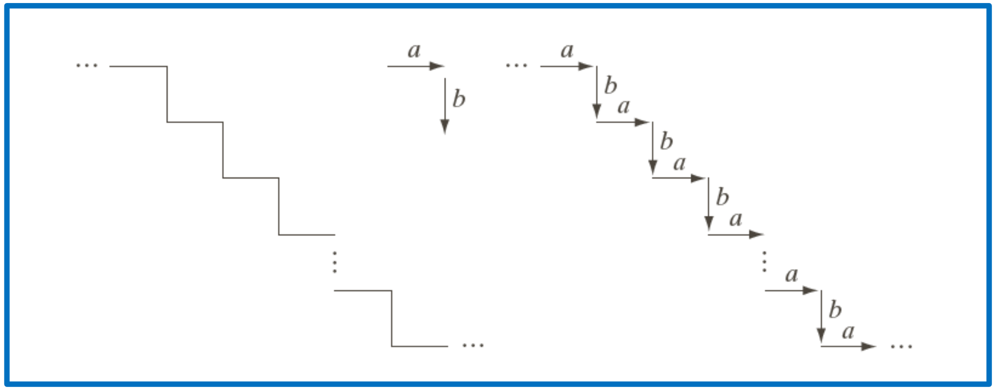



模式向量：由两个测度描述的三种鸢尾花

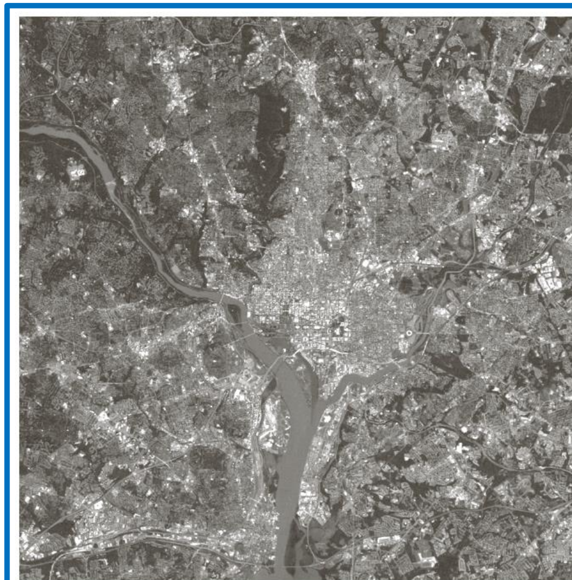



模式向量：一个带有噪声的目标及其相应的信号

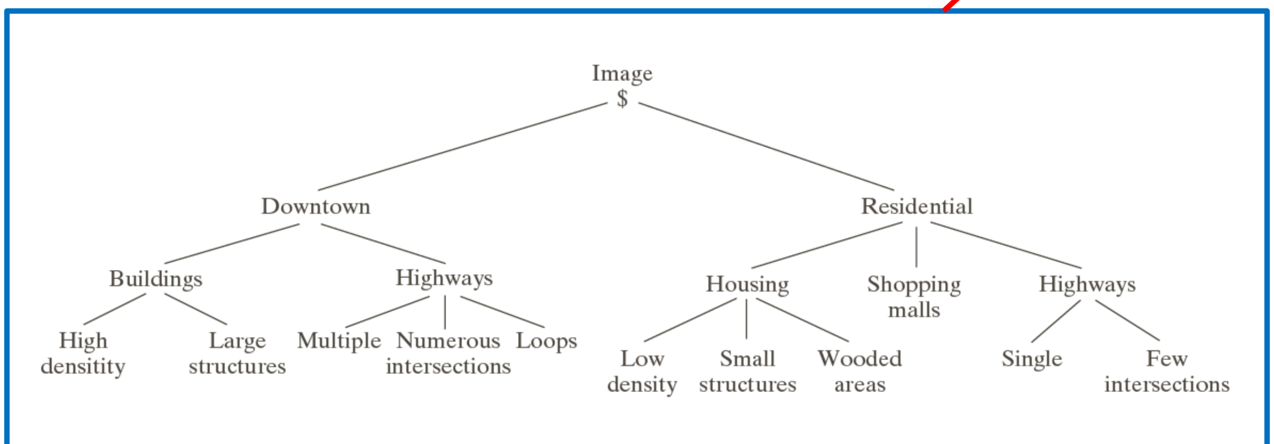
# 12.1 模式和模式类



(a) 阶梯结构 (b) 使用基元$a$和$b$对结构编码，生成**串描述**： $\ldots ababab \ldots$



建筑物密集的城市中心区（华盛顿特区）和周围居民区的卫星图像（原图像由NASA提供）




**树形描述**

# 第12章 目标识别

- 12.1 模式和模式类
- 12.2 基于决策理论方法的识别
  - 匹配
  - 最佳统计分类器
  - 神经网络
- 12.3 结构方法
  - 匹配形状数
  - 串匹配

# 12.2 基于决策理论方法的识别

- $W$个模式类$\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_W$，决策函数$d_1(\boldsymbol{x}), d_2(\boldsymbol{x}), \cdots, d_W(\boldsymbol{x})$定义为：如果模式$\boldsymbol{x}$属于类$\omega_i$，则有

$$d_i(\boldsymbol{x}) > d_j(\boldsymbol{x}), \qquad \forall\, j = 1,2,\cdots,W;\ j \neq i$$

- 两个模式类之间的决策边界

$$d_{ij}(\boldsymbol{x}) = d_i(\boldsymbol{x}) - d_j(\boldsymbol{x}) = 0$$

# 12.2.1 匹配：最小距离分类器

- 匹配识别
  - 通过一个原型模式向量来表示每个类
- 最小距离分类器
  - 模式类的原型：该类模式的平均向量

$$\boldsymbol{m}_j = \frac{1}{N_j}\sum_{x\in\omega_j}\boldsymbol{x}_j \quad j = 1,2,\dots,W$$

  - 距离测度：一般实用欧式距离测度
    - ✓ 最小距离意味着最好的匹配

$$D_j(\boldsymbol{x}) = \| \boldsymbol{x} - \boldsymbol{m}_j \| \quad j = 1,2,\dots,W$$

  - 选择最小距离等价于计算函数：$d_j(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j - \frac{1}{2}\boldsymbol{m}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{m}_j$
  - 决策边界：

$$d_{ij}(\boldsymbol{x}) = d_i(\boldsymbol{x}) - d_j(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j) - \frac{1}{2}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i + \boldsymbol{m}_j) = 0$$

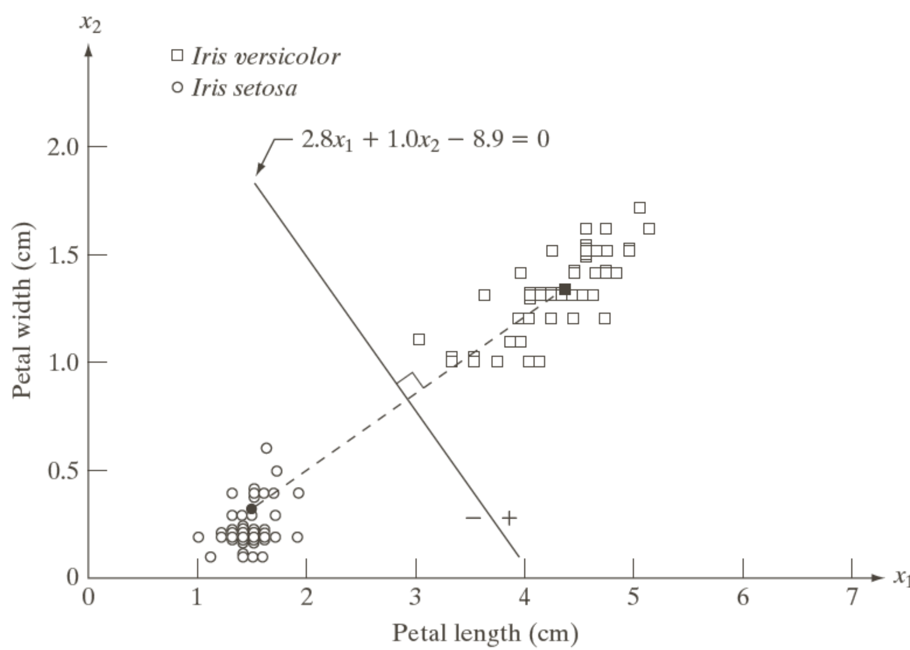
# 12.2.1 匹配

## 决策边界

- 决策面是连接$\boldsymbol{m}_i$和$\boldsymbol{m}_j$的线段的垂直平分线

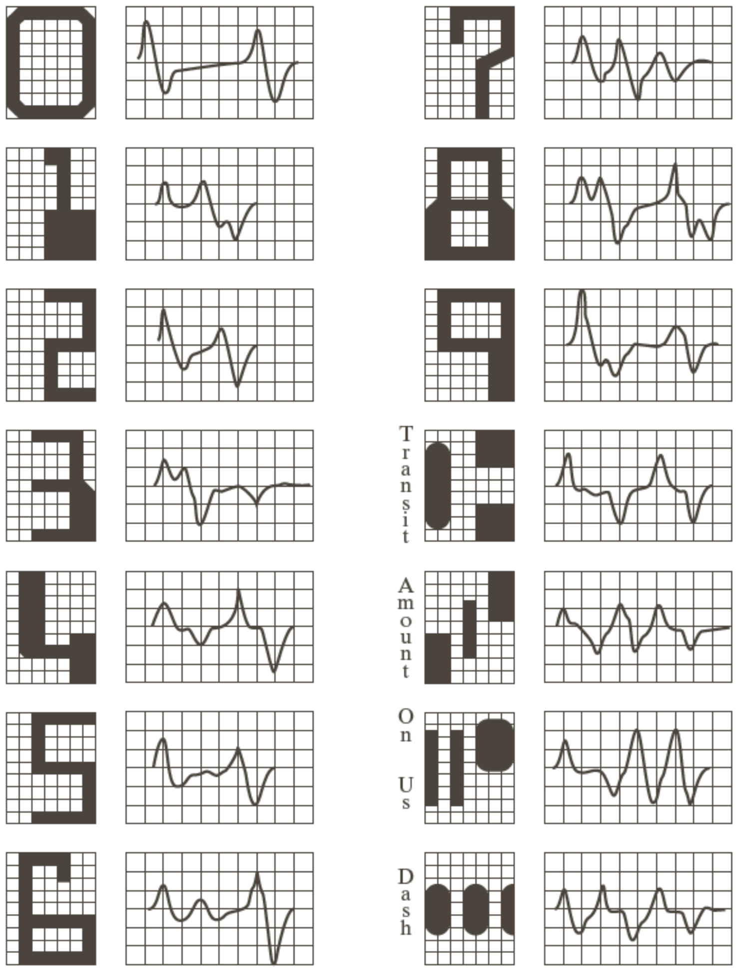
$$d_{ij}(\boldsymbol{x}) = d_i(\boldsymbol{x}) - d_j(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j) - \frac{1}{2}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{m}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{m}_i + \boldsymbol{m}_j) = 0$$

类*Iris versicolor*和类*Iris setosa*的最小距离分类器的决策边界



# 12.2.1 匹配

- 通过人为突出每个字符的关键特征，实现字符之间的可区分性
  - 每个字符用含有磁性的油墨来印刷
  - 读取设备水平扫描字符时，会产生一维电信号




美国银行家协会E-138字符集和对应波形

# 12.2.1 匹配：相关匹配

- 相关匹配

相关表示

$$c(x,y)=\sum_{s}\sum_{s} w(s,t)f(x+s,y+t)$$

模板　图像

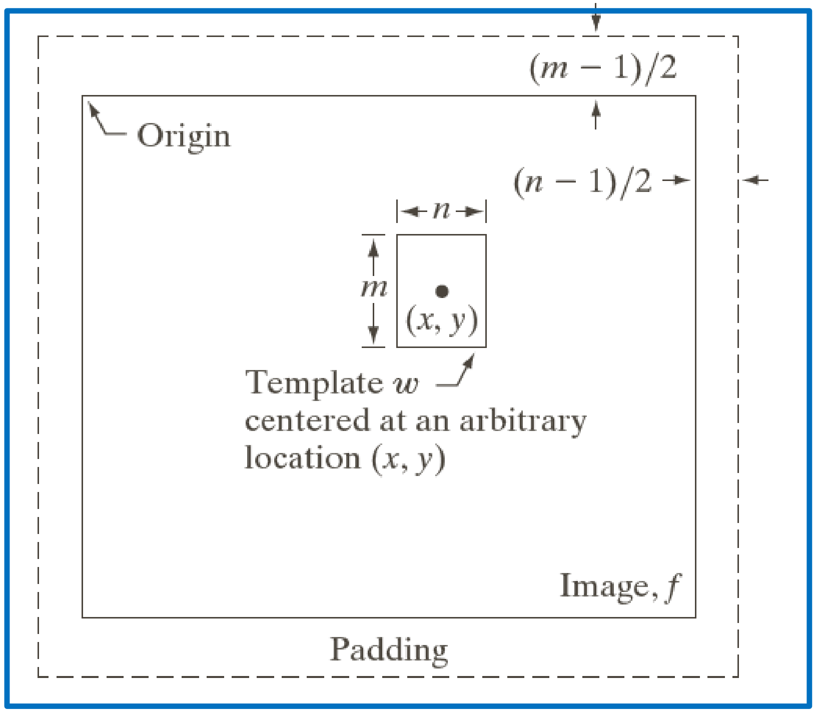
空间相关

$$f(x,y) \star w(x,y) \Leftrightarrow F^*(u,v)W(u,v)$$

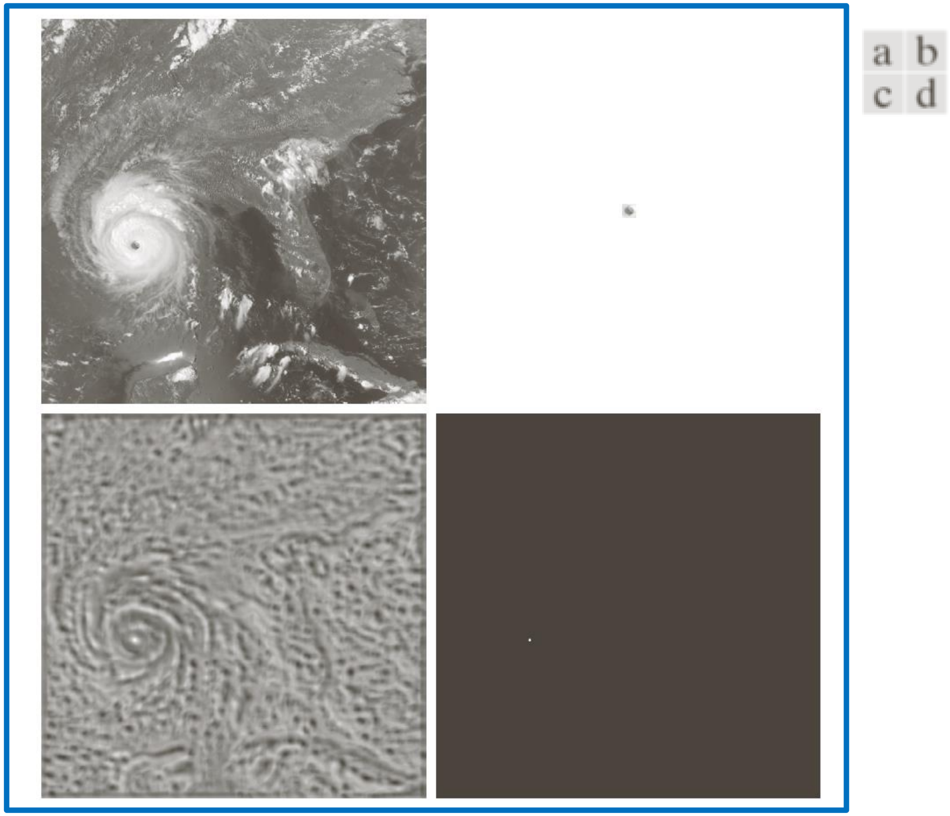
归一化相关系数：值域为[-1, 1]

$$\gamma(x,y)=\frac{\sum_s\sum_t[w(s,t)-\overline{w}][f(x+s,y+t)-\overline{f_{xy}}]}{\{\sum_s\sum_t[w(s,t)-\overline{w}]^2\sum_s\sum_t[f(x+s,y+t)-\overline{f_{xy}}]\}^{\frac{1}{2}}}$$

# 12.2.1 匹配




模板匹配的机理




（a）飓风“安德鲁”的卫星图像，摄于1992年8月24日；
（b）飓风眼的模板 (31×31)；
（c）显示为图像的相关系数（注意最亮点）；
（d）匹配最好的位置。该点是单个像素，但被放大，以便于查看（原图像由NOAA提供）

# 12.2.2 最佳统计分类器

## 基础知识

- 模式$\boldsymbol{x}$ 被分为第$k$ 类的概率 $p(\omega_k|\boldsymbol{x})$，样本属于第$k$ 类但被判为第$j$ 类的风险 $L_{kj}$ ，则$\boldsymbol{x}$ 被分为第$j$ 类的平均损失：

$$r_j(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{W} L_{kj}p(\omega_k|\boldsymbol{x}) = \frac{1}{p(\boldsymbol{x})}\sum_{k=1}^{W} L_{kj}p(\boldsymbol{x}|\omega_k)P(\omega_k)$$

  - ✓ 去掉$\frac{1}{p(\boldsymbol{x})}$不影响$r_j(\boldsymbol{x})$的对不同$j$ 的相对大小排序

- 定义风险函数： $L_{ij} = 1 - \delta_{ij}$
- 更新后的平均损失函数为：

$$r_j(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{W}(1-\delta_{kj})p(\boldsymbol{x}|\omega_k)P(\omega_k) = P(\boldsymbol{x}) - p\left(\boldsymbol{x}\middle|\omega_j\right)P(\omega_j)$$

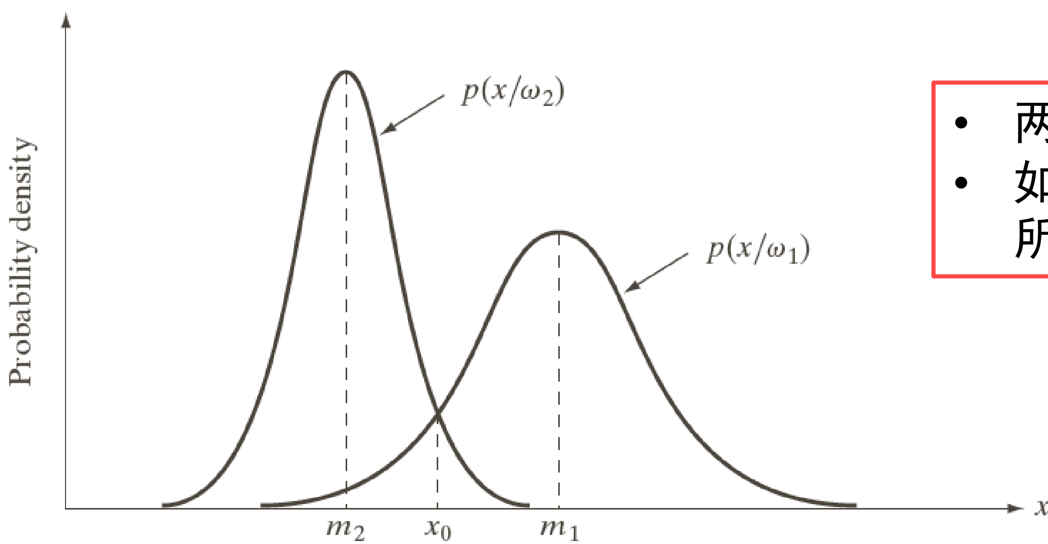
- 决策函数：$d_j(\boldsymbol{x}) = p\left(\boldsymbol{x}\middle|\omega_j\right)P\left(\omega_j\right),\quad (j = 1,2,\cdots,W)$

# 12.2.2 最佳统计分类器

- 高斯模式类的贝叶斯分类器
  - 一维情况下，两个模式类，$W=2$

贝叶斯决策函数

$$d_j(x)=p(x|\omega_j)P(\omega_j)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j}e^{-\frac{(x-m_j)^2}{2\sigma_j^2}}P(\omega_j),\qquad j=1,2$$




- 两个一维模式类的概率密度函数。
- 如果两个类出现概率相等，那么所示的点$x_0$就是决策边界

# 12.2.2 最佳统计分类器

- 高斯模式类的贝叶斯分类器
  - $n$维情形下，第$j$个模式类中的向量高斯密度

$$p(\boldsymbol{x}|\omega_j)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}\left|\boldsymbol{C}_j\right|^{1/2}}e^{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_j)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{m}_j)}$$

其中$\boldsymbol{m}_j=\frac{1}{N_j}\sum_{x\in\omega_j}\boldsymbol{x}$，$\boldsymbol{C}_j=\frac{1}{N_j}\sum_{x\in\omega_j}\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{m}_j\boldsymbol{m}_j^{\mathrm{T}}$

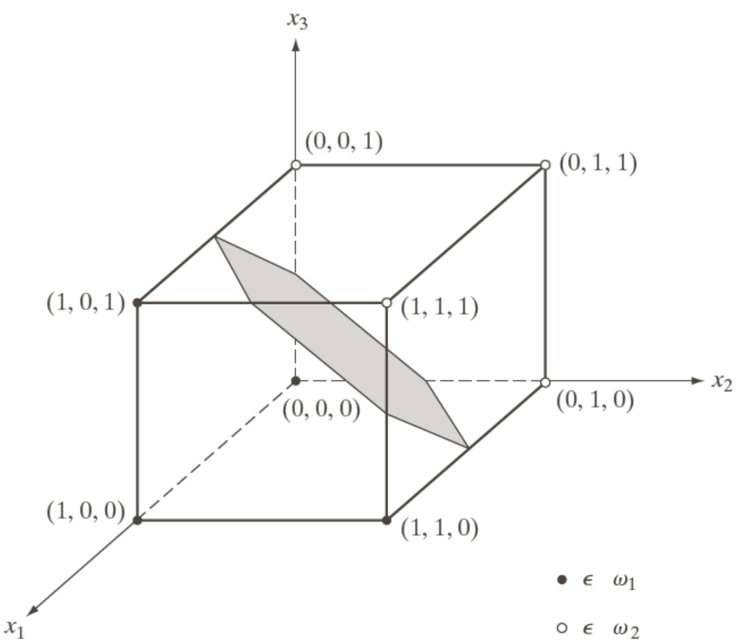
  - 基于对数形式的线性决策函数（超平面）

$$d_j(\boldsymbol{x})=\ln p(\boldsymbol{x}|\omega_j)P(\omega_j)=\ln P(\omega_j)+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_j-\frac{1}{2}\boldsymbol{m}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{m}_j$$

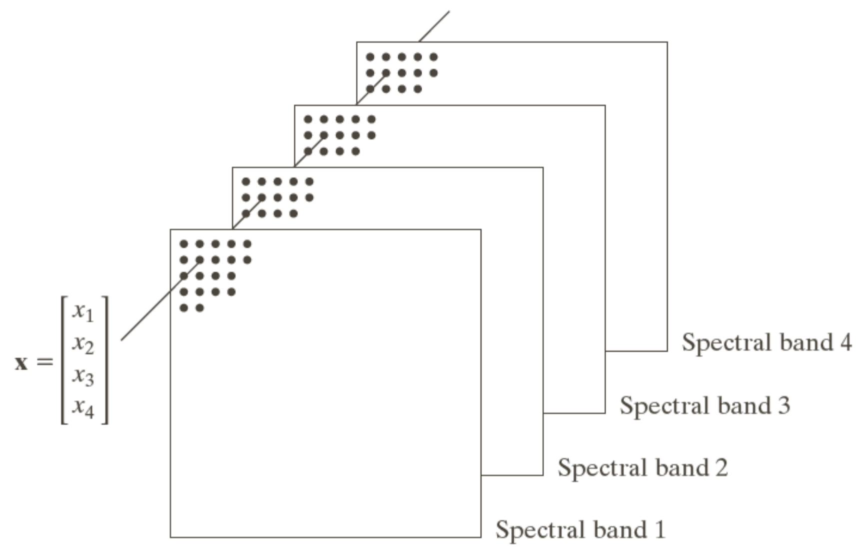
# 12.2.2 最佳统计分类器

## □ 高斯模式类的贝叶斯分类器

两个简单的模式类及其贝叶斯决策边界（阴影所示）

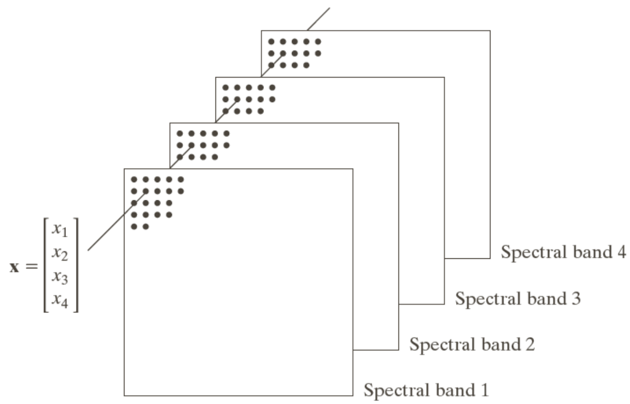


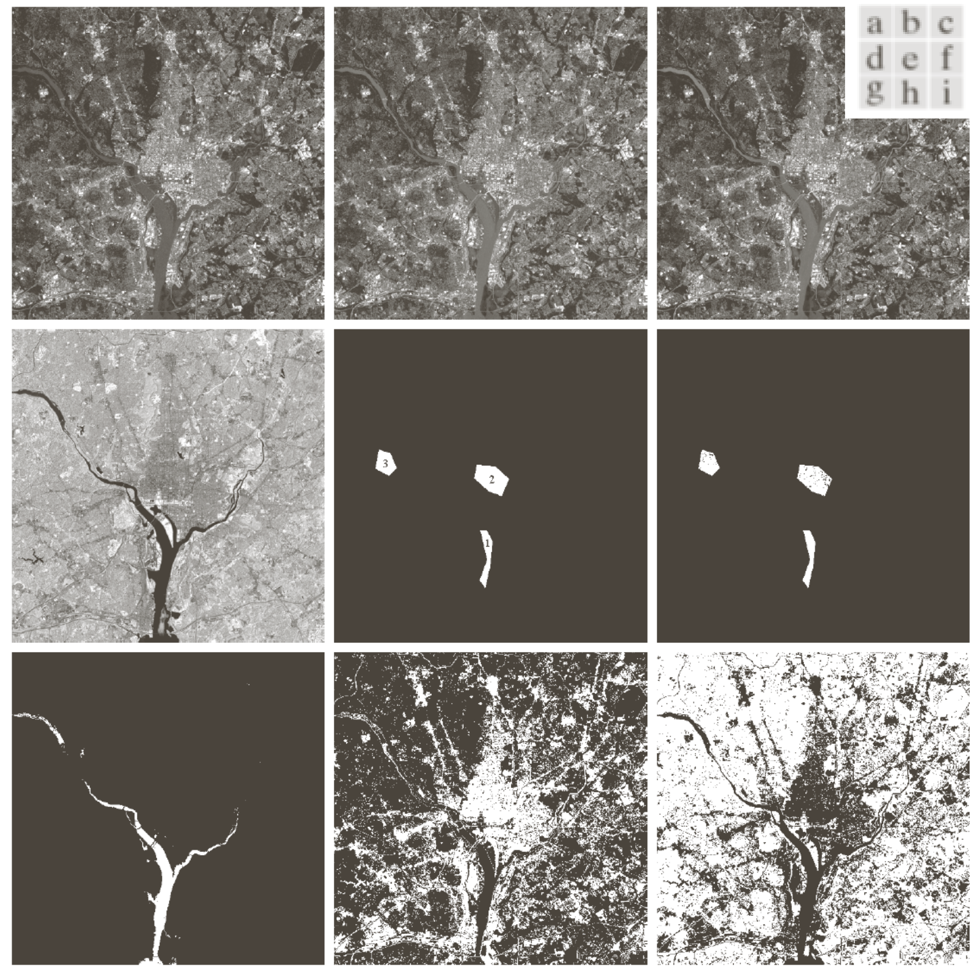

由多光谱扫描器生成的4幅数字图像经像素配准后，所形成的的模式向量



# 12.2.2 最佳统计分类器

- 高斯模式类的贝叶斯分类器
  - 由多光谱扫描器生成的4幅图像经像素配准后，所形成的的模式向量



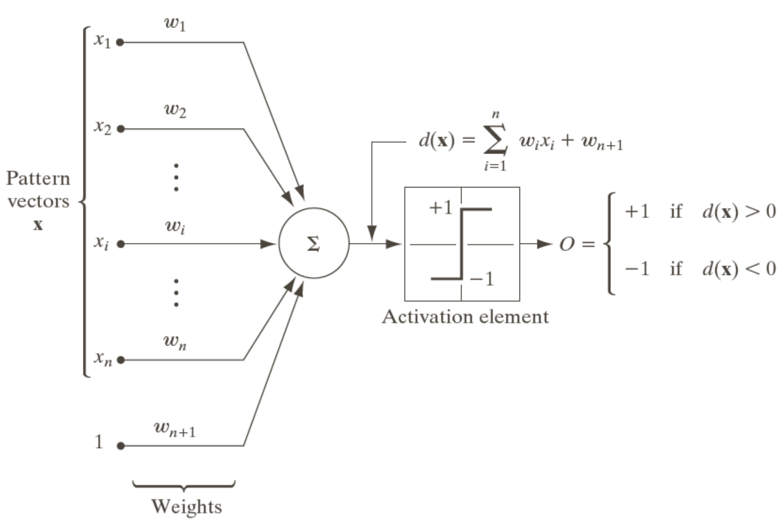

多光谱数据的贝叶斯分类：
(a)~(d) 可见蓝光、可见绿光、可见红光和近红外波长图像；
(e) 显示(1)水体、(2)市区和(3)植被的样本区域的模板；
(f) 分类结果。黑点表示为正确分类的点，其他（白）点是正确分类的点；
(g) 分类为水体的所有图像像素（白色）；
(h) 分类为市区的所有图像像素（白色）；
(i) 分类为植被的所有图像像素（白色）

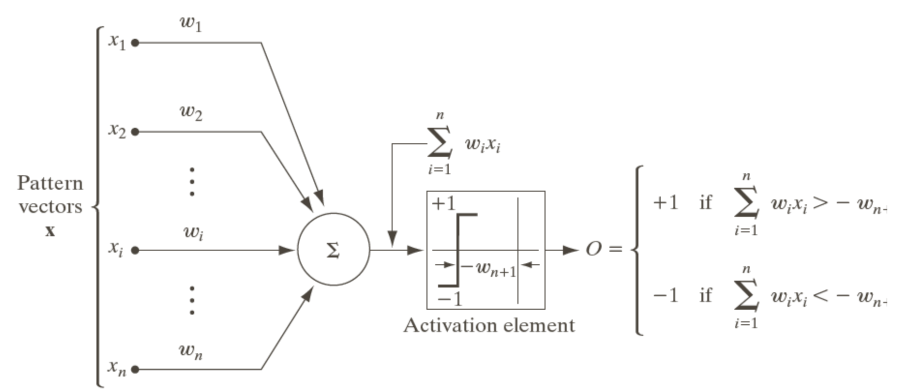
# 12.2.3 神经网络

- 动机：模式类的统计特性通常是未知的，可直接通过训练、生成所需决策函数
  - 神经网络：实用大量的基本非线性计算单元（神经元），以网络形式进行组织，类似于大脑中互连的神经元
- 两个模式类的感知机：两种等效形式

$$d(x)=\sum_{i=1}^{n} w_i x_i + w_{n+1}$$

$$O=\begin{cases} +1, \sum_{i=1}^{n} w_i x_i > -w_{n+1} \\ -1, \sum_{i=1}^{n} w_i x_i < -w_{n+1} \end{cases}$$



# 12.2.3 神经网络

- 向量化表达
  - 记$\boldsymbol{y}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n,1\}^T$，$\boldsymbol{w}=\{w_1,w_2,\cdots,w_n,w_{n+1}\}^T$，则判决函数:

$$d(\boldsymbol{y})=\sum_{i=1}^{n+1} w_i y_i=\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$$

- **线性可分的类**：
  - 理想情况：如果$\boldsymbol{y}\in\omega_1$, 则$\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(k)>0$；如果$\boldsymbol{y}\in\omega_2$，则$\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}(k)<0$
  - 训练算法：
    - ✓ 如果$\boldsymbol{y}\in\omega_1$且$\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\le 0$，则

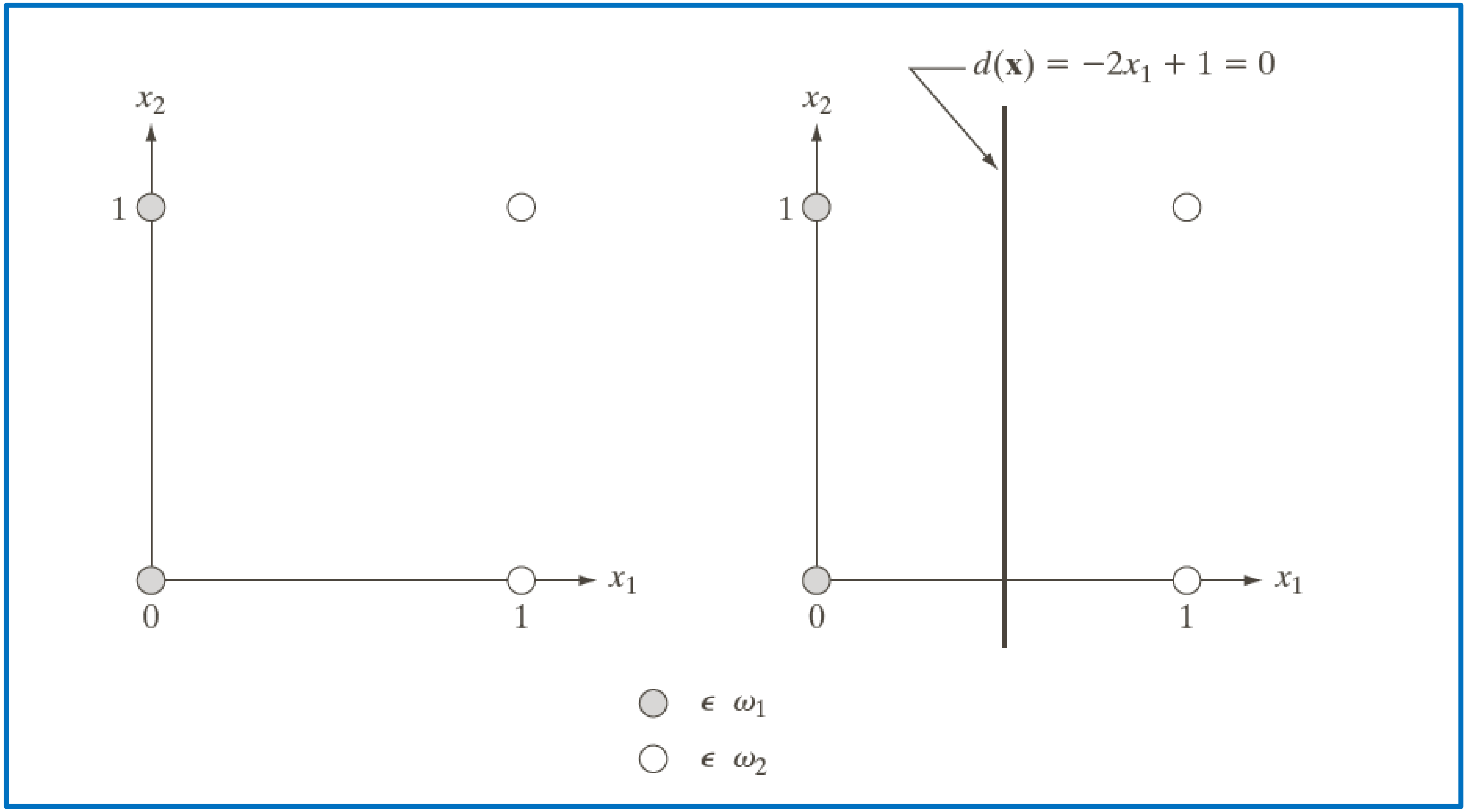
$$\boldsymbol{w}\,(k+1)=\boldsymbol{w}(k)+c\boldsymbol{y}$$

    - ✓ 相反，如果$\boldsymbol{y}\in\omega_2$且$\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\ge 0$，则

$$\boldsymbol{w}\,(k+1)=\boldsymbol{w}(k)-c\boldsymbol{y}$$

    - ✓ 否则，$\boldsymbol{w}(k)$保持不变
  - 当两个类的整个训练集循环通过机器，而不出现任何错误时，该算法收敛

# 12.2.3 神经网络




(a) 属于两个类的模式；
(b) 由训练确定的决策边界

# 12.2.3 神经网络

- 向量化表达
  - 记$\boldsymbol{y}=\{x_1,x_2,\cdots,x_n,1\}^T$，$\boldsymbol{w}=\{w_1,w_2,\cdots,w_n,w_{n+1}\}^T$
- **线性不可分的类**：
  - 准则函数 $J(\boldsymbol{w})=\frac{1}{2}\left(r-\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\right)^{\mathbf{2}}$
  - 梯度下降算法

$$\boldsymbol{w}(k+1)=\boldsymbol{w}(k)-\alpha\left[\frac{\partial J(\boldsymbol{w})}{\partial \boldsymbol{w}}\right]_{\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}(k)}=\boldsymbol{w}(k)+\alpha\left[r-\boldsymbol{w}^T(k)\boldsymbol{y}\right]\boldsymbol{y}$$

  - 权重向量增益： $\Delta\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}(k+1)-\boldsymbol{w}(k)=\alpha\cdot e(k)\boldsymbol{y}$
  - 第$k$步误差： $e(k)=r-\boldsymbol{w}^T(k)\boldsymbol{y}$
  - 误差变化： $\Delta e(k)=e(k+1)-e(k)=-\Delta\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}=-\alpha\,\|\boldsymbol{y}\|^2\cdot e(k)$
    - ✓ 权重变化将误差减小了$\alpha\,\|\boldsymbol{y}\|^2$倍
    - ✓ 通过自适应循环，将误差不断减小
    - ✓ $\alpha$ 控制迭代的稳定性和收敛速度

# 12.2.3 神经网络

□ 多层前馈神经网络：基本结构

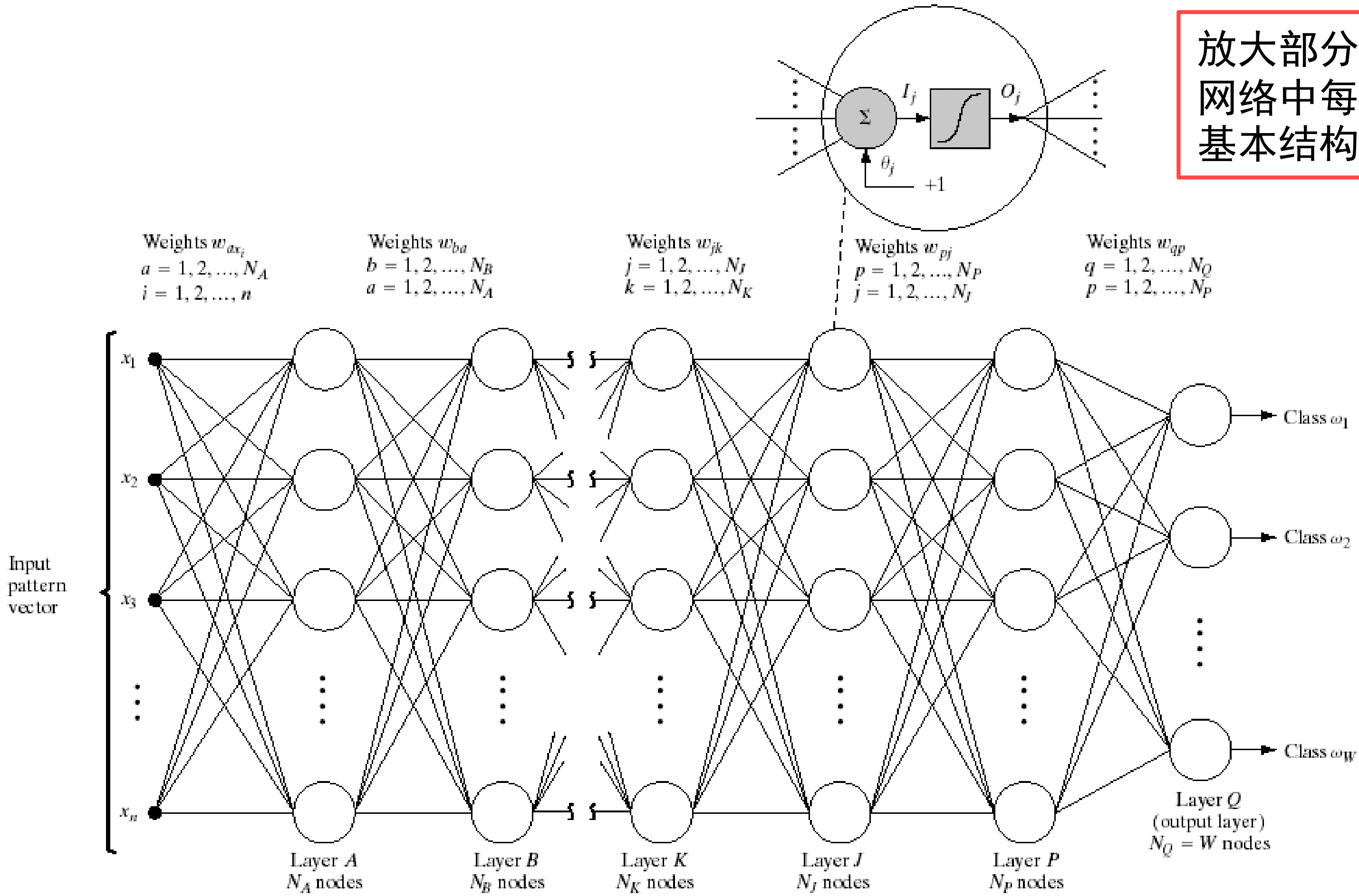



**FIGURE 12.16** Multilayer feedforward neural network model. The blowup shows the basic structure of each neuron element throughout the network. The offset, $\theta_j$, is treated as just another weight.

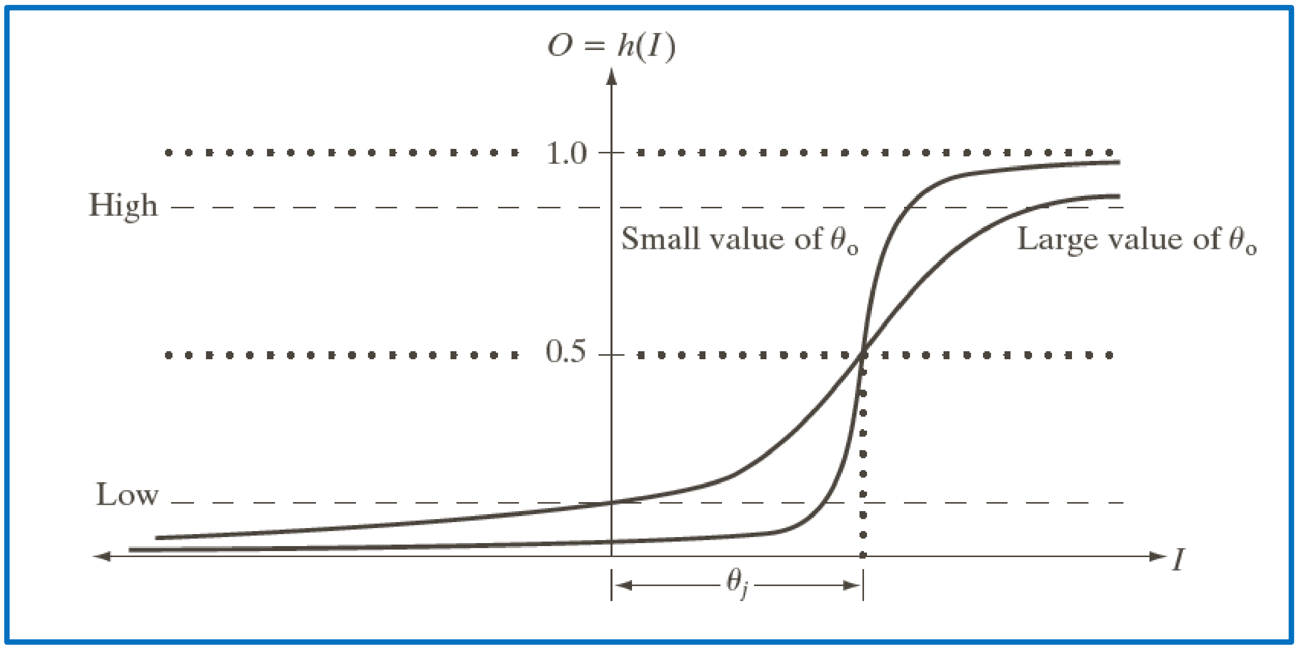
放大部分显示了整个网络中每个神经元的基本结构。

# 12.2.3 神经网络

- 多层前馈神经网络
  - 激活函数具有可微分性

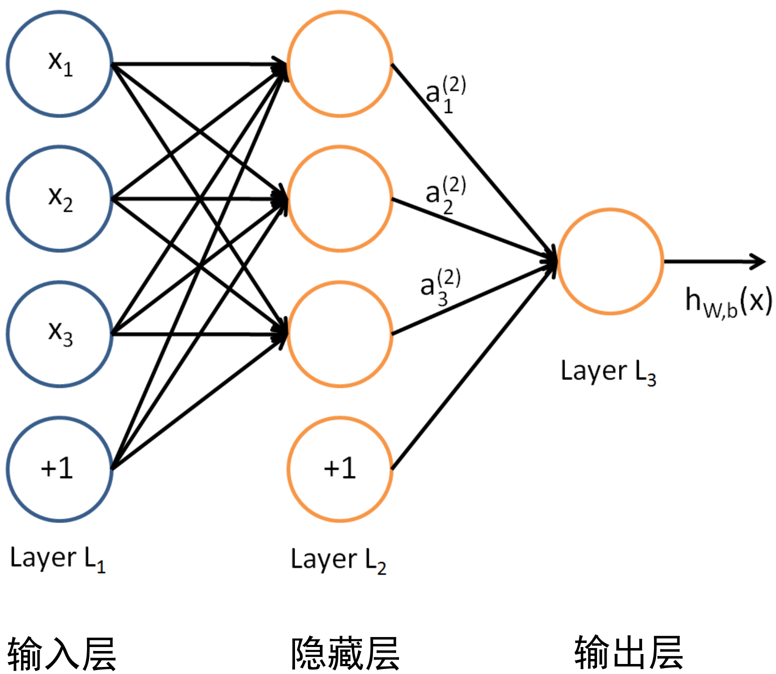
激活函数

$$h_j(I_j) = \frac{1}{1 + e^{-(I_j+\theta_j)/\theta_o}}$$



# 12.2.3 神经网络

## □ 神经网络模型




$a_i^{(l)}$：第$l$层第$i$单元的输出值

$z_i^{(l)}$：第$l$层第$i$单元的输入加权和

$$a_1^{(2)} = f\left(z_1^{(2)}\right)$$
$$= f(W_{11}^{(1)}x_1 + W_{12}^{(1)}x_2 + W_{13}^{(1)}x_3 + b_1^{(1)})$$

$$a_2^{(2)} = f\left(z_2^{(2)}\right)$$
$$= f(W_{21}^{(1)}x_1 + W_{22}^{(1)}x_2 + W_{23}^{(1)}x_3 + b_2^{(1)})$$

$$a_3^{(2)} = f\left(z_3^{(2)}\right)$$
$$= f(W_{31}^{(1)}x_1 + W_{32}^{(1)}x_2 + W_{33}^{(1)}x_3 + b_3^{(1)})$$

$$\mathrm{h}_{\mathbf{W},b}(\mathbf{x}) = a_1^{(3)} = f(z_1^{(3)})$$
$$= f(W_{11}^{(2)}a_1^{(2)} + W_{12}^{(2)}a_2^{(2)} + W_{13}^{(2)}a_2^{(2)} + b_1^{(2)})$$

# 训练前馈网络

- 误差后向传播算法（BP）
  - 训练样本集$\{(\mathbf{x}^{(1)}, y^{(1)}), \dots, (\mathbf{x}^{(m)}, y^{(m)})\}$
  - 代价函数

对于单个样例$(\mathbf{x}, y)$的代价函数 $J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y) = \frac{1}{2}\left\|\mathrm{h}_{\mathbf{W},b}(\mathbf{x}) - y\right\|^2$

对于训练集的整体代价函数

$$J(\mathbf{W}, b) = \left[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} J(\mathbf{W}, b; x^{(i)}, y^{(i)})\right] + \frac{\lambda}{2}\sum_{l=1}^{n_l-1}\sum_{i=1}^{s_l}\sum_{j=1}^{s_{l+1}}\left(W_{ji}^{(l)}\right)^2$$

$$= \left[\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left(\frac{1}{2}\left\|\mathrm{h}_{\mathbf{W},b}\left(\mathbf{x}^{(i)}\right) - y\right\|^2\right)\right] + \frac{\lambda}{2}\sum_{l=1}^{n_l-1}\sum_{i=1}^{s_l}\sum_{j=1}^{s_{l+1}}\left(W_{ji}^{(l)}\right)^2$$

- 以上公式中第一项是一个**均方差项**，第二项是一个**正则化项**（也叫权重衰减weight decay项）。
- **正则化项**旨在减小权重的幅度，防止过度拟合。

# 训练前馈网络

- 后向传播(Back Propagation)算法
  - 参数随机初始化
  - 进行前馈传导计算，利用前向传导公式，得到$L_2$, $L_3, \ldots, L_{n_l}$的输出值
  - 对于第$n_l$层（输出层）的每个输出单元$i$：

$$\mathrm{h}_{\mathbf{W},b}(\mathbf{x}) = a_i^{(n_l)} = f(z_i^{(n_l)})$$

  - 我们根据以下公式计算残差：

$$\delta_i^{(n_l)} = \frac{\partial}{\partial z_i^{(n_l)}} J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y) = \frac{\partial}{\partial z_i^{(n_l)}} \frac{1}{2} \left\| y - \mathrm{h}_{\mathbf{W},b}(\mathbf{x}) \right\|^2$$

$$= -(y - a_i^{(n_l)}) \cdot f'\left(z_i^{(n_l)}\right)$$

# 训练前馈网络

## 后向传播算法

- 对$l = n_l - 1, n_l - 2, n_l - 3, \ldots, 2$的各个层，第$l$层的第$i$个节点的残差计算方法如下：

$$\delta_i^{(n_l-1)} = \frac{\partial}{\partial z_i^{(n_l-1)}} J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y) = \sum_j \frac{\partial J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y)}{\partial z_j^{(n_l)}} \cdot \frac{\partial z_j^{(n_l)}}{\partial z_i^{(n_l-1)}}$$

$$= \sum_j \delta_j^{(n_l)} \cdot \frac{\partial}{\partial z_i^{(n_l-1)}} \left[ \sum_k W_{jk}^{(n_l-1)} f\left(z_k^{(n_l-1)}\right) \right]$$

$$= \sum_j \delta_j^{(n_l)} \cdot \frac{\partial}{\partial z_i^{(n_l-1)}} \left[ W_{ji}^{(n_l-1)} f\left(z_i^{(n_l-1)}\right) \right]$$

$$= \sum_j \delta_j^{(n_l)} \cdot W_{ji}^{(n_l-1)} \cdot f'\left(z_i^{(n_l-1)}\right)$$

$$= f'\left(z_i^{(n_l-1)}\right) \cdot \sum_j \left( W_{ji}^{(n_l-1)} \cdot \delta_j^{(n_l)} \right)$$

**上式可以等价的表示为:** $\delta_i^{(l)} = \left(\sum_{j=1}^{s_{l+1}} W_{ji}^{(l)} \delta_j^{(l+1)}\right) f'\left(z_i^{(l)}\right)$

# 训练前馈网络

- 后向传播算法（BP）
  - 计算我们需要的偏导数，计算方法如下：

$$\frac{\partial}{\partial W_{ij}^{(l)}} J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y) = \frac{\partial J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y)}{\partial z_i^{(l+1)}} \cdot \frac{\partial z_i^{(l+1)}}{\partial W_{ij}^{(l)}} = \delta_i^{(l+1)} a_j^{(l)}$$

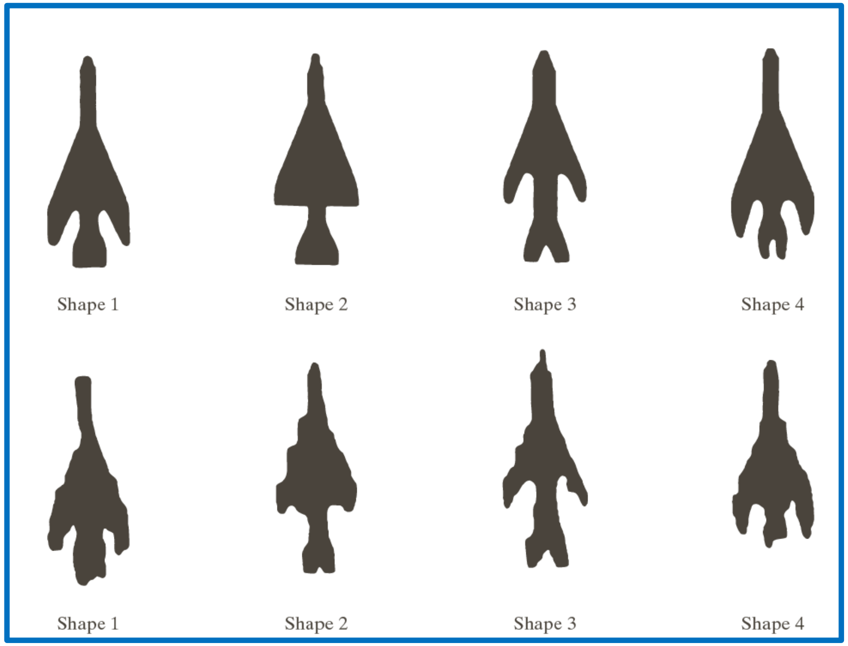
$$\frac{\partial}{\partial b_i^{(l)}} J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y) = \frac{\partial J(\mathbf{W}, b; \mathbf{x}, y)}{\partial z_i^{(l+1)}} \cdot \frac{\partial z_i^{(l+1)}}{\partial b_i^{(l)}} = \delta_i^{(l+1)} \cdot 1 = \delta_i^{(l+1)}$$

  - 更新参数：

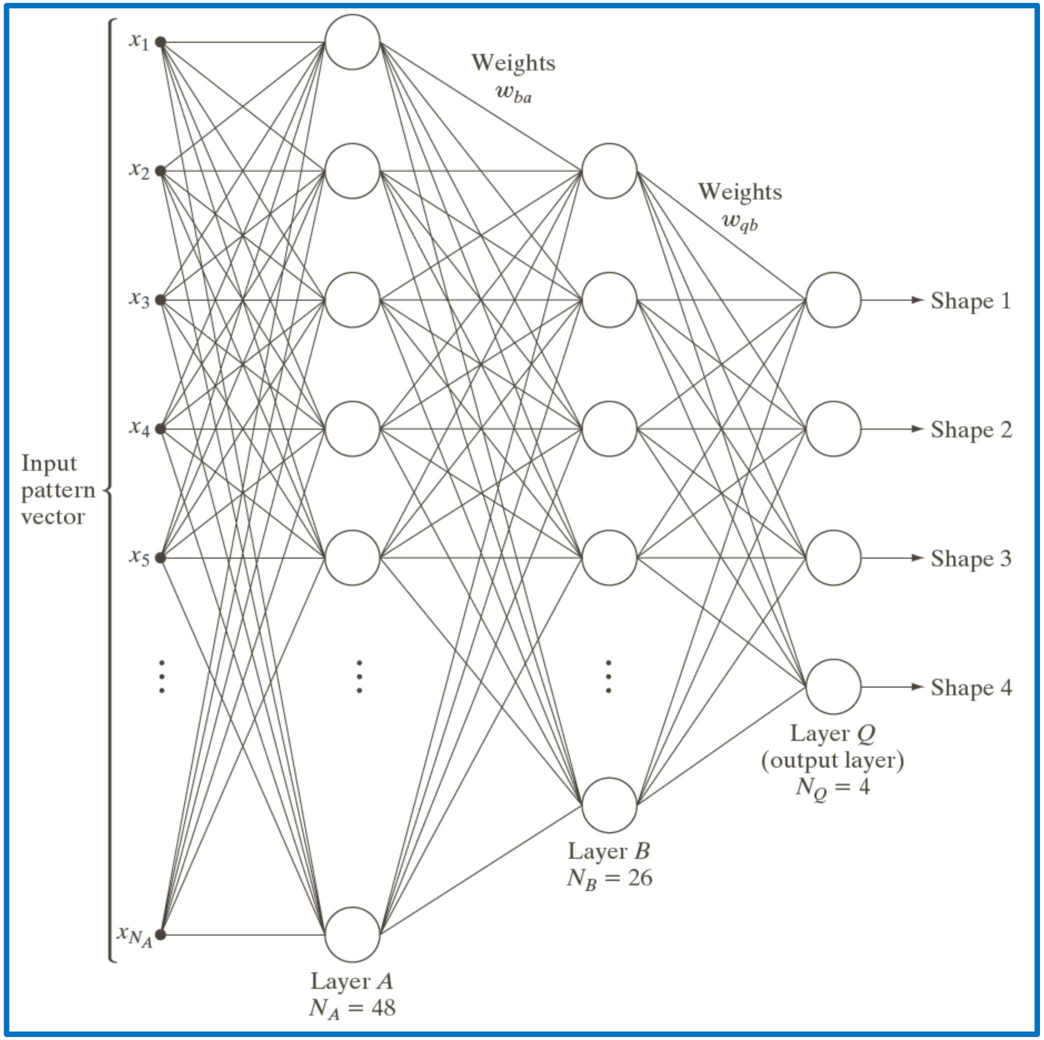
$$W_{ij}^{(l)} = W_{ij}^{(l)} - \alpha \left[ \frac{1}{m} a_j^{(l)} \delta_i^{(l+1)} + \lambda W_{ij}^{(l)} \right]$$

$$b_i^{(l)} = b_i^{(l)} - \frac{\alpha}{m} \delta_i^{(l+1)}$$

# 12.2.3 神经网络



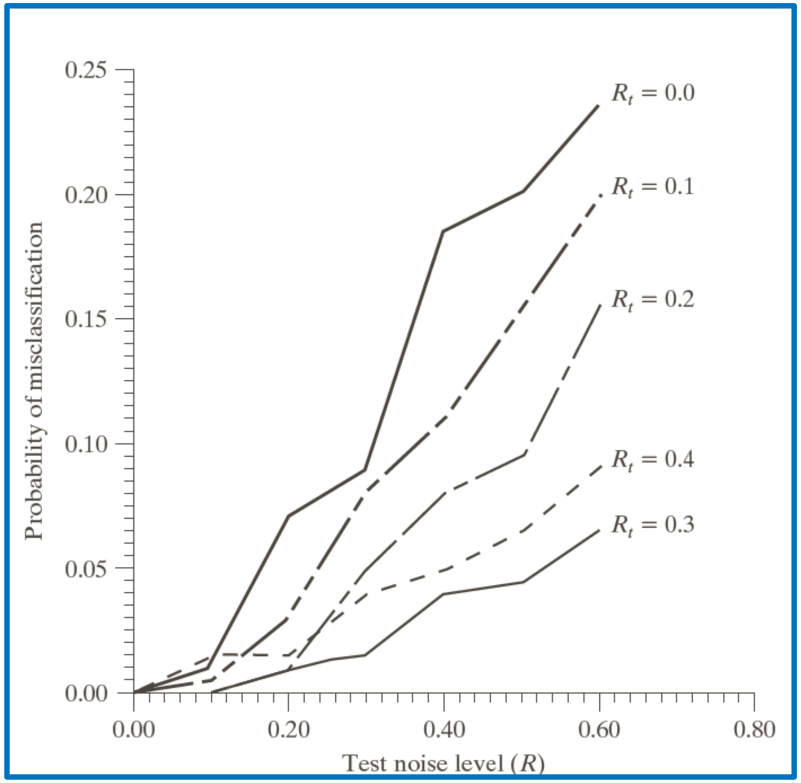

训练右图中的神经网络时所使用的（上）参考图形和（下）典型的带噪声图形

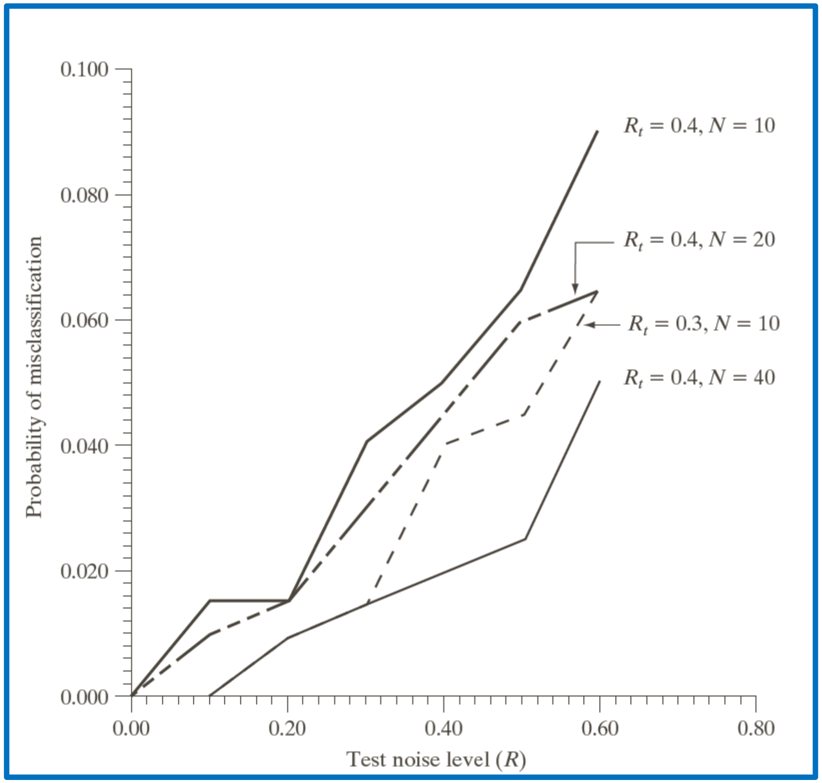



用于识别左图所示形状的三层神经网络

# 12.2.3 神经网络

R表示不同的噪声水平



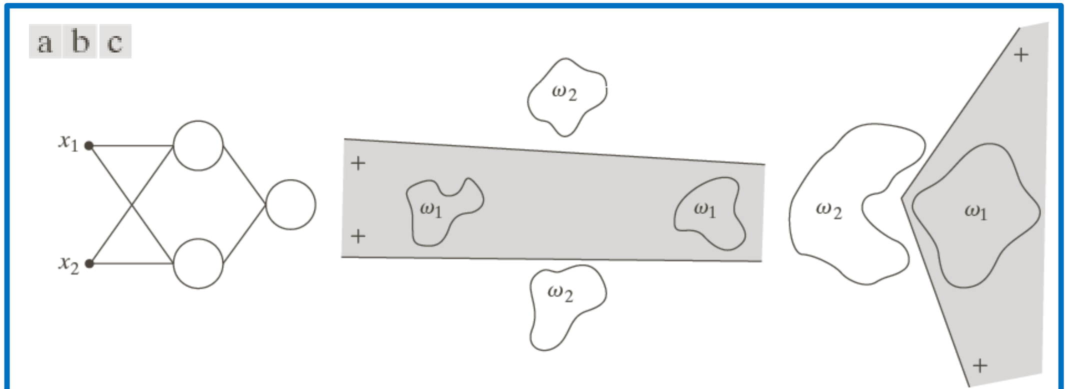




增加训练样本的噪声水平，有助于提升神经网络对噪声的鲁棒性

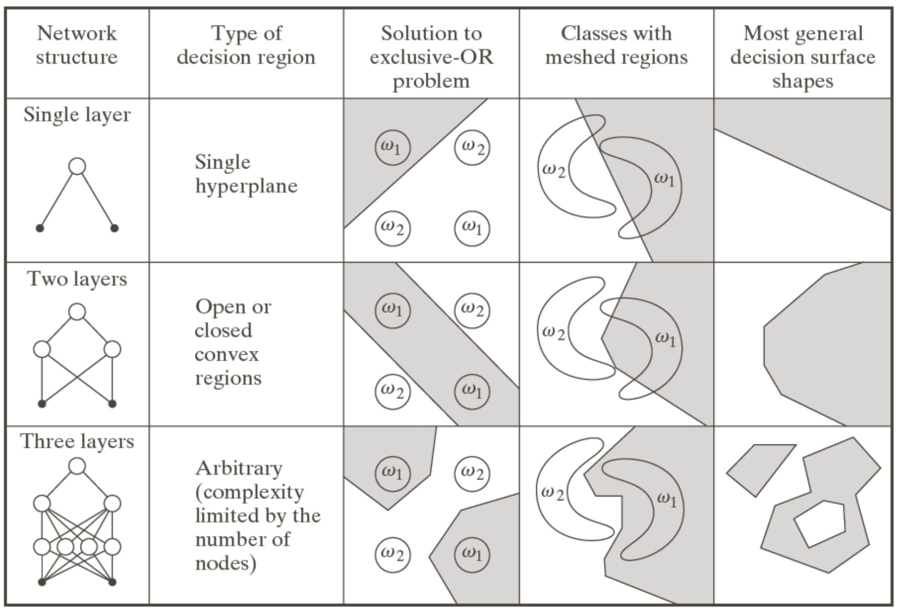
增加**训练模式的数量**时，$R_t = 0.4$时的性能改进（$R_t = 0.3$时的曲线仅作为参考）

# 12.2.3 神经网络

## □ 决策面的复杂性




(a)一个双输入双层前馈神经网络；
(b)和(c)可使用该网络实现的**决策边界示例**



| Network structure | Type of decision region | Solution to exclusive-OR problem | Classes with meshed regions | Most general decision surface shapes |
|---|---|---|---|---|
| Single layer | Single hyperplane | | | |
| Two layers | Open or closed convex regions | | | |
| Three layers | Arbitrary (complexity limited by the number of nodes) | | | |

可以由单层和多层前馈网络带有一层或两层隐藏单元与两个输入形成的决策区域的类型

# 第12章 目标识别

- 12.1 模式和模式类
- 12.2 基于决策理论方法的识别
  - 匹配
  - 最佳统计分类器
  - 神经网络
- 12.3 结构方法
  - 匹配形状数
  - 串匹配

# 12.3 结构方法

## 匹配形状数

- 两个区域边界（形状）之间的相似度 $k$，定义为他们的**形状数**仍保持一致的最大阶

$$s_j(a) = s_j(b), \qquad i = 4,6,8,\dots,k$$
$$s_j(a) \neq s_j(b), \qquad j = k+2, k+4, \dots$$

- 形状$a$和$b$之间的距离，定义为它们的相似度的倒数

$$D(a,b) = \frac{1}{k}$$

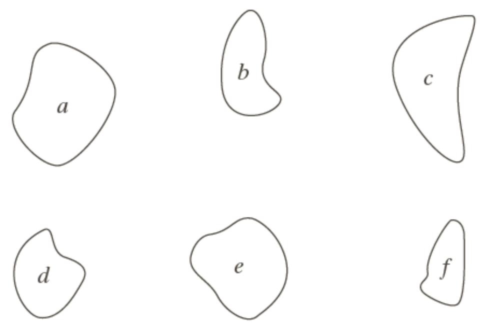
- 形状数距离满足如下性质：

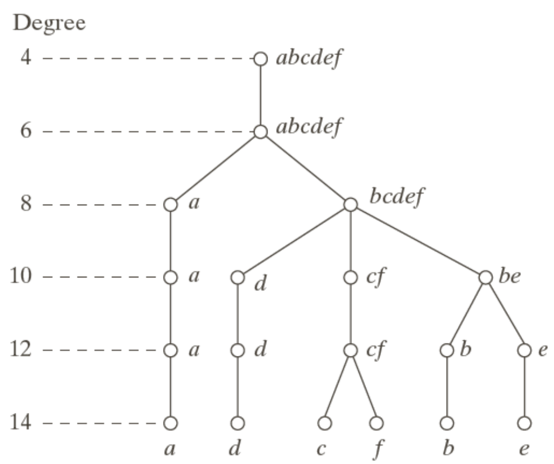
$$D(a,b) \geq 0$$
$$D(a,b) = 0, \qquad if\ a = b$$
$$D(a,c) \leq \max[(D(a,b), D(b,c))]$$

# 12.3 结构方法

## 匹配形状数

a
b c




| | a | b | c | d | e | f |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a | ∞ | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| b | | ∞ | 8 | 8 | 10 | 8 |
| c | | | ∞ | 8 | 8 | 12 |
| d | | | | ∞ | 8 | 8 |
| e | | | | | ∞ | 8 |
| f | | | | | | ∞ |

(a) 各种形状；
(b) 假想的相似树；
(c) 相似性矩阵